

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați elementele mulțimii $M = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{3}{x+1} \in \mathbb{N} \right\}$.
- 5p 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 - mx - 1 = 0$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , știind că $\frac{x_1^2 - 1}{x_1} + \frac{x_2^2 - 1}{x_2} = 2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2-x} - x = 0$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \left\{ \log_2 n \mid n \in \mathbb{N}^*, n \leq 20 \right\}$, acesta să fie număr natural.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0,2)$ și $P(1,1)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului MP .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 5\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle A) = 45^\circ$ și $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$. Determinați lungimea laturii BC .

SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $M(m) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & m & -1 \\ m & 1 & 3 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + 2y + 4z = 5 \\ -x + my - z = -2 \\ mx + y + 3z = 4 \end{cases}$, unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(M(0)) = 3$.
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui m pentru care sistemul are soluție unică.
- 5p c) Pentru $m = 1$, determinați soluțiile (x_0, y_0, z_0) ale sistemului pentru care $4y_0^2 = (x_0 + z_0)^2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă, cu element neutru, $x * y = \frac{1}{3}xy - \frac{1}{2}(x+y) + \frac{9}{4}$.
- 5p a) Demonstrați că $x * y = \frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(y - \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $x * x * x = x$.
- 5p c) Demonstrați că **nu** există niciun număr natural n al cărui simetric în raport cu legea de compoziție „*” să fie număr natural.

SUBIECTUL al III-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln(x^2 + x + 1)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x(x-1)}{x^2 + x + 1}$, $x \in \mathbb{R}$.

- 5p** b) Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta de ecuație $y = -\frac{1}{7}x + 2$.
- 5p** c) Demonstrați că pentru fiecare număr natural nenul n , ecuația $f(x) + n = 0$ are soluție unică.
- 2.** Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{e^x}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^2 e^x f(x) dx = 2$.
- 5p** b) Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = -1$ și $x = 1$ are aria egală cu $2 - \frac{2}{e}$.
- 5p** c) Pentru fiecare număr natural nenul n , se consideră $I_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$. Demonstrați că
- $$\lim_{n \rightarrow +\infty} (n+2)I_n = \frac{1}{e}.$$