

**Examenul de bacalaureat național 2020**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{mate-info}}$**

**Test 1**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că numărul  $a = (4 + 3i)^2 + (3 - 4i)^2$  este natural, unde  $i^2 = -1$ .
- 5p** 2. Determinați cel mai mare număr întreg  $m$  pentru care soluțiile ecuației  $x^2 - 11x + m = 0$  sunt numere reale.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_7(7x) + \log_x 7 = 3$ .
- 5p** 4. Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi, știind că aceasta are exact 45 de submulțimi cu două elemente.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2, -2)$ ,  $B(-4, 4)$  și  $C(-4, 0)$ . Calculați aria triunghiului  $ABC$ .
- 5p** 6. Determinați  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  pentru care  $\cos x \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin x \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{2}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 - a \\ 0 & 1 & 2a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(1)) = 1$ .
- 5p** b) Demonstrați că  $A(a)A(b) = A(a+b)$ , pentru orice numere reale  $a$  și  $b$ .
- 5p** c) Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  pentru care  $A(3) \cdot X = A(5)$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = 2xy - 3x - 3y + 6$ .
- 5p** a) Arătați că  $x * y = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(y - \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** b) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x * x = 14$ .
- 5p** c) Determinați numărul natural  $n$ , știind că  $\left(2^n + \frac{3}{2}\right) * \left(2^{n+1} + \frac{3}{2}\right) * \left(2^{n+2} + \frac{3}{2}\right) = 2^{20} + \frac{3}{2}$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{x^2}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{-2(3x^2 - 3x + 1)}{x^3(x-1)^3}$ ,  $x \in (1, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul  $A(0, 3)$  și este paralelă cu tangenta la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 2$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Calculați  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (f(2) + f(3) + \dots + f(n))^{n^2}$ .

2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ .

5p a) Arătați că  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{f(x)} dx = 1$ .

5p b) Calculați  $\int_0^1 f(x) dx$ .

5p c) Arătați că există un unic număr real  $x$  pentru care  $\int_0^x e^{f^2(t)} dt = x$ .