

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Test 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că suma pătratelor elementelor mulțimii $M = \{n \in \mathbb{N} \mid n-1 < 2\}$ este egală cu 5.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 5$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , știind că vârful parabolei asociate funcției f are abscisa egală cu 3.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+2} = \sqrt{8-x}$.
- 5p 4. Determinați numărul submulțimilor cu 10 elemente ale unei mulțimi cu 12 elemente.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,1)$, $B(-1,3)$ și $C(8,10)$. Determinați ecuația dreptei paralele cu dreapta AC și care trece prin mijlocul segmentului CD , unde punctul D este mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Calculați $S = \cos \pi + \cos 2\pi + \cos 3\pi + \dots + \cos 2020\pi$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & -x \\ 1 & 0 & 1 \\ -x & 1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = -4$.
- 5p b) Demonstrați că $\det(A(x)A(y) - A(2xy)) = 0$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numărul natural n pentru care $A(1)A\left(\frac{1}{2}\right) + A(2)A\left(\frac{1}{4}\right) + \dots + A(1010)A\left(\frac{1}{2020}\right) = nI_3$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = (\sqrt[5]{x} + \sqrt[5]{y})^5$.
- 5p a) Arătați că $2^5 * 3^5 = 5^5$.
- 5p b) Determinați numărul real x , știind că $2^5 * x^5 * (243x^5) = 100000$.
- 5p c) Se consideră numerele $M = 1^5 * 2^5 * \dots * 10^5$ și $N = 5^5 \cdot 11^5$. Demonstrați că $M - N = 0$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln(x+1) - \ln x$.

- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x-1}{x(x+1)^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că graficul funcției f nu intersectează axa Ox .

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$.

- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{4}{3}$.

5p b) Calculați $\int_{-1}^1 |x f(x)| dx$.

5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t \cdot f(t) dt}{x^2}$.