Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

Test 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, știind că primul termen este $b_1 = 2$ și rația este $q = 3$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 4$. Calculați suma dintre abscisele punctelor de intersecție a graficelor celor două funcții.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\sqrt{x} = 3 - x$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \ldots, \sqrt{50}\}$, acesta să **nu** fie număr natural.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-2,1)$ și $C(-2,5)$. Determinați ecuația medianei din A a triunghiului ABC.

5p **6.** Determinați $x \in (0,\pi)$, știind că $(2\sin x + \cos x)^2 - 4\cos x(\sin x - \cos x) = 4$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} x & 3 \\ -3 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(x)) = x^2 + 9$, pentru orice număr real x.

5p **b)** Demonstrați că $A(2020 - x) + A(2020 + x) = 2A(2020)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numărul natural n, pentru care $A(n)A(2 - n) = 2A(-6)$.

2. Pe mulțimea $M = [0,+\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \sqrt{x^2 + y^2}$.

5p **a)** Arătați că $N = \sqrt{33} * \sqrt{31}$ este un număr natural.

5p **b)** Determinați numărul $x \in M$ pentru care $(x * x * x)^2 = 300$.

5p **c)** Se consideră funcția $f:(-\infty,0] \to [0,+\infty)$, $f(x) = \sqrt{-2020x}$. Arătați că $f(x + y) = f(x) * f(y)$, pentru orice $x, y \in (-\infty,0]$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x-2}{x^2+5}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \dfrac{(5-x)(x+1)}{(x^2+5)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $-\dfrac{1}{2} \leq f(x) \leq \dfrac{1}{10}$, pentru orice număr real x.

2. Se consideră funcțiile $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1 - 3\ln x}{x^4}$ și $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x) = \dfrac{\ln x}{x^3}$.

5p **a)** Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Calculați $\int_1^e f(x)\,dx$.

5p **c)** Arătați că $\int_e^{e^2} x^2 F(x)\,dx = \frac{3}{2}$.