

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Test 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(0,2 \cdot 10 - 1)(0,2 \cdot 10 + 1) = 3$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x) = x$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\sqrt{6-x} = \sqrt{x+14}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor cu 2 mai mică decât cifra unităților.
- 5p 5. Determinați numărul real a , pentru care $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$, unde $\vec{u} = a\vec{i} + (a-1)\vec{j}$ și $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$.
- 5p 6. Arătați că $\operatorname{tg} x = \frac{3}{4}$, știind că $\sin x = \frac{3}{5}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații
$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ 2x + y + az = 4, \\ -3x - y + z = 1 \end{cases}$$
 unde a este număr real și $A(a)$ matricea coeficienților sistemului.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 1$.
- 5p b) Pentru $a = -1$, determinați soluția sistemului de ecuații.
- 5p c) Demonstrați că, pentru orice număr rațional p , matricea $A(p)$ este inversabilă pentru orice număr rațional p .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x * y = xy - 101x - 101y + 10302$.
- 5p a) Arătați că $x * y = (x - 101)(y - 101) + 101$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Determinați numerele reale care sunt egale cu simetricul lor în raport cu legea „*”.
- 5p c) Determinați numerele întregi x și y , cu $x < y$, pentru care $x * y = 202$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x - 5$.
- 5p a) Determinați panta tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p b) Demonstrați că funcția f este convexă pe \mathbb{R} .
- 5p c) Demonstrați că $e^x(1-x) \leq 1$, pentru orice număr real x .
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$, $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{4}{x} \right) dx = 4$.
- 5p b) Calculați $\int_2^6 \frac{2}{f(x)} dx$.
- 5p c) Determinați numărul real nenul a , știind că $\int_1^e \left(f(x) - \frac{4}{x} \right) \ln x dx = \frac{e^2 + 1}{a}$.