

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Test 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați suma elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq \sqrt{5}\}$.
- 5p 2. Determinați numerele reale m și n , știind că $f(1) = 2$ și $f(2) = 1$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx + n$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $16^x + 2 \cdot 4^x - 8 = 0$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă cifra sutelor un număr prim.
- 5p 5. Se consideră paralelogramul $ABCD$ și punctul O , intersecția diagonalelor acestuia. Arătați că $\overline{OB} + \overline{OC} = \overline{AB}$.
- 5p 6. Determinați $\sin x$, știind că $x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ și $\cos x = \frac{4}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ a-3 & a & 1 \\ 3 & 2a-1 & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x + ay + z = 1 \\ (a-3)x + ay + z = 2a-1, \\ 3x + (2a-1)y + z = 1 \end{cases}$

unde a este număr real.

- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 5$.
- 5p b) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui a pentru care sistemul de ecuații este compatibil determinat.
- 5p c) Determinați numărul real a , știind că sistemul de ecuații are soluție unică (x_0, y_0, z_0) și x_0, y_0 și z_0 sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x * y = x + y - \frac{xy}{3}$.
- 5p a) Arătați că $1 * 3 = 3$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $x * x * x = \frac{26}{9}$.
- 5p c) Determinați numerele naturale n ale căror simetrice în raport cu legea de compoziție „ $*$ ” sunt numere naturale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 - 4 \ln x$.

5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{4(x-1)(x+1)(x^2+1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.

- 5p b) Determinați ecuația asimptotei verticale la graficului funcției f .

- 5p c) Demonstrați că, pentru fiecare număr natural n , $n \geq 2$, ecuația $f(x) - n = 0$ are două soluții reale distincte.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 e^x$.

5p a) Arătați că $\int_0^2 f(x) e^{-x} dx = 4$.

5p b) Calculați $\int_1^e \frac{1}{x^2} f(\ln x) dx$.

5p c) Arătați că $\int_0^1 f(x)F(x)dx = 2(e-3)^2$, unde $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este primitiva funcției f pentru care $F(0) = 0$.