

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Test 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} < 2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Determinați produsul absciselor punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 3^{x-2} + 3^{x+2} = 91$.
- 5p 4. Determinați termenul care **nu** îl conține pe x din dezvoltarea $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^9$, unde $x \in (0, +\infty)$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,1)$, $B(1,3)$ și $C(3,2)$. Determinați ecuația dreptei OG , știind că G este centrul de greutate al triunghiului ABC .
- 5p 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC , știind că $AB = 2$ și $\cos C = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ a & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr întreg.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 7$.
- 5p b) Demonstrați că rangul matricei $A(a)$ este egal cu 3, pentru orice număr întreg a .
- 5p c) Determinați numărul întreg m pentru care inversa matricei $A(m)$ are toate elementele numere întregi.
2. Pe mulțimea $M = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = \frac{xy}{x+y}$.
- 5p a) Arătați că $2 \circ 2 = 1$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y \circ z = (x^{-1} + y^{-1} + z^{-1})^{-1}$, pentru orice $x, y, z \in M$.
- 5p c) Demonstrați că $\frac{1}{2} \circ \frac{1}{3} \circ \frac{1}{4} \circ \dots \circ \frac{1}{10} = \frac{1}{54}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$, $f(x) = \ln(x+1) - \ln(x-1)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = -\frac{2}{x^2-1}$, $x \in (1, +\infty)$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f este bijectivă.
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x f(x))$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = \frac{5}{6}$.

5p b) Arătați că $\int_1^e \frac{f(x)}{x} \ln x dx = \frac{e^2 - 7}{4}$.

5p c) Determinați numerele reale a , $a > 1$ pentru care $\int_1^a f(x)e^x dx = e^a - 3e$.