

**Examenul de bacalaureat național 2020**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{mate-info}}$**

**Test 10**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați partea reală a numărului complex  $z = (3 + 2i)(3 - 2i) - (4 - i)$ .
- 5p** 2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x + 2$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 2x - 3$ . Calculați  $(f \circ g)(2)$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt[3]{2^{6x}} = 16$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă produsul cifrelor un număr impar.
- 5p** 5. Se consideră paralelogramul  $ABCD$  cu  $AD = 6$ ,  $AB = 4$  și  $m(\sphericalangle ADC) = 120^\circ$ . Determinați modulul vectorului  $\vec{v} = \vec{AB} + \vec{AD}$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $AB = 60$ ,  $AC = 80$  și  $BC = 100$ . Calculați lungimea înălțimii  $AD$  a triunghiului  $ABC$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 2a+1 & 1 & -2 \\ a-1 & -1 & 1 \\ 2a & -2 & 1 \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} (2a+1)x + y - 2z = a \\ (a-1)x - y + z = a+1, \\ 2ax - 2y + z = 1 \end{cases}$ ,  
unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(1)) = 1$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $a$  pentru care matricea  $A(a)$  **nu** este inversabilă.
- 5p** c) Determinați numărul real  $a$  pentru care există  $y_0$  și  $z_0$ , numere reale, astfel încât  $(2, y_0, z_0)$  să fie soluție a sistemului de ecuații.
2. Pe mulțimea  $G = (0, +\infty)$  se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru  $x * y = \sqrt[3]{x^{\log_2 y}}$ .
- 5p** a) Arătați că  $2 * 64 = 4$ .
- 5p** b) Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** c) Determinați  $x \in G$  care sunt egale cu simetricile lor în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x-5)(x-4)(x-3)(x-2) + 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(5) = 6$ .
- 5p** b) Calculați  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{f(n+1) - 1}{f(n) - 1} \right)^n$ .
- 5p** c) Demonstrați că ecuația  $f'(x) = 0$  are trei soluții reale.
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1 - e^x}{1 + e^x}$ .
- 5p** a) Determinați primitiva  $G$  a funcției  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = (1 + e^x)f(x)$  pentru care  $G(0) = 0$ .

**5p** b) Calculați  $\int_0^1 f(x) dx$ .

**5p** c) Demonstrați că  $\int_{-1}^1 f(x) \cos x dx = 0$ .