

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$

Test 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați suma primilor cinci termeni ai progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $b_1 = 1$  și  $b_2 = 2$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x^2 - 11x + 6$ . Determinați mulțimea valorilor reale ale lui  $x$  pentru care punctele  $A(x, f(x))$  sunt situate sub axa  $Ox$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\lg(1-x) - \lg(7-x) = -1$ .
- 5p 4. Determinați numărul natural  $n$ ,  $n \geq 2$ , pentru care  $C_n^1 + C_n^2 = 6$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctul  $A(2a-1, a^2)$ , unde  $a$  este număr real. Determinați numerele reale  $a$  pentru care punctul  $A$  aparține dreptei  $d$  de ecuație  $y = x + 4$ .
- 5p 6. Determinați  $\cos 2x$ , știind că  $x$  este număr real și  $\sin x = \frac{12}{13}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - 2y + z = 2 \\ ax + y + z = 3 \end{cases}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(1)) = -9$ .
- 5p b) Demonstrați că suma elementelor matricei  $B(a) = A(a) \cdot A(a)$  nu depinde de numărul real  $a$ .
- 5p c) Pentru  $a = -2$ , arătați că sistemul de ecuații este incompatibil.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = xy + m(x + y)$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $(-1) * 1 = -1$ , pentru orice număr real  $m$ .
- 5p b) Demonstrați că  $x * y = (x + m)(y + m) - m^2$ , pentru orice numere reale  $x$ ,  $y$  și  $m$ .
- 5p c) Pentru  $m = -1$ , determinați numerele reale  $x$  pentru care  $5^x * 5^{x+1} = -1$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{1 - \sqrt{x}}{x^2}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1}$ .
2. Se consideră funcțiile  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x} + e^x + m$ , unde  $m$  este număr real, și  $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \ln x + e^x + 4x + 1$ .
- 5p a) Determinați numărul real  $m$  astfel încât funcția  $F$  să fie o primitivă a funcției  $f$ .

**5p** b) Pentru  $m = 4$ , calculați  $\int_1^e f(x) dx$ .

**5p** c) Pentru  $m = 0$ , calculați  $\int_1^2 x f(x) dx$ .