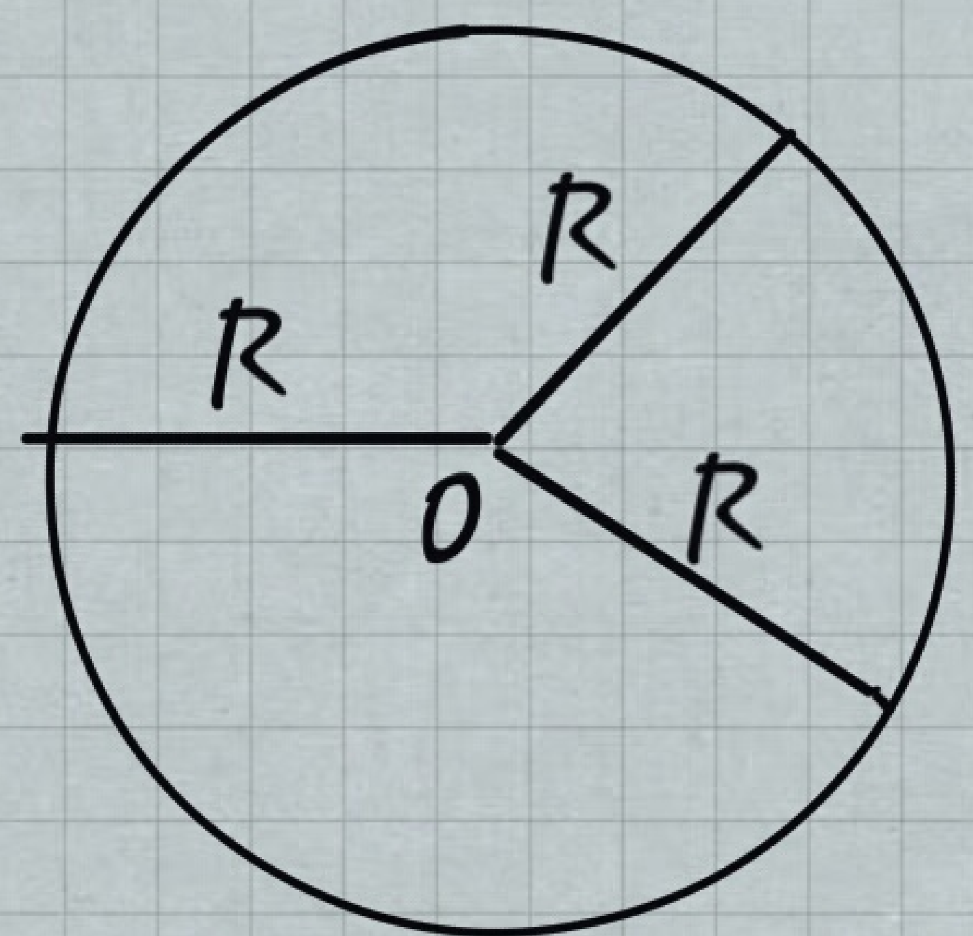
CERCUL

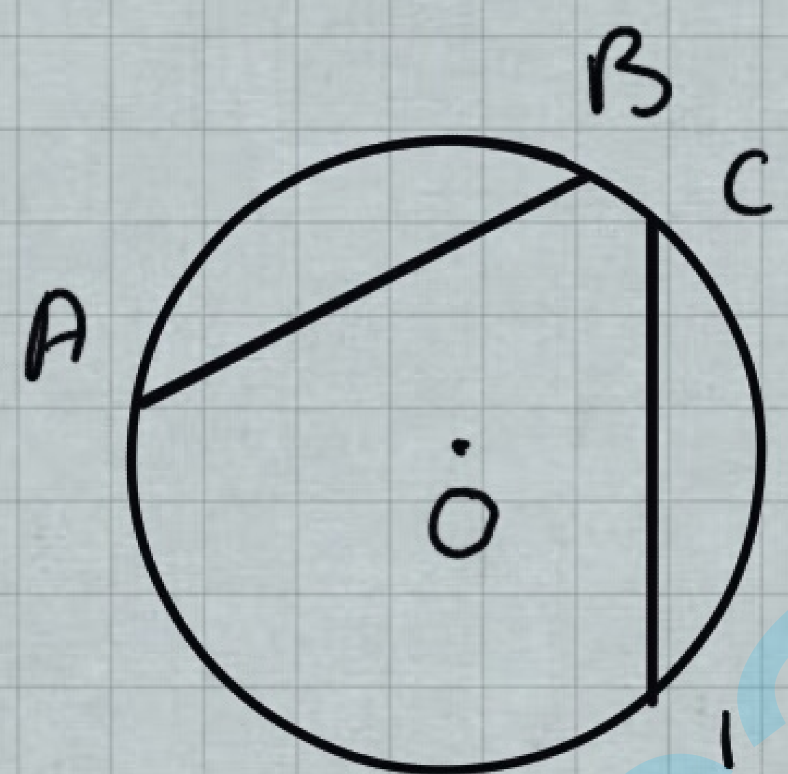
Definiție: Mulțimea tuturor punctelor din plan, egal depărtate de un punct fix.
Punctul fix este CENTRUL CERCULUI.
Distanța de la centrul cercului la orice punct de pe cerc se numește RAZĂ.



Notație $C(O, R)$

Se citește "cercul de centru O și rază R".

Cercul are o infinitate de raze.



[AB] și [CD] coarde

COARDA

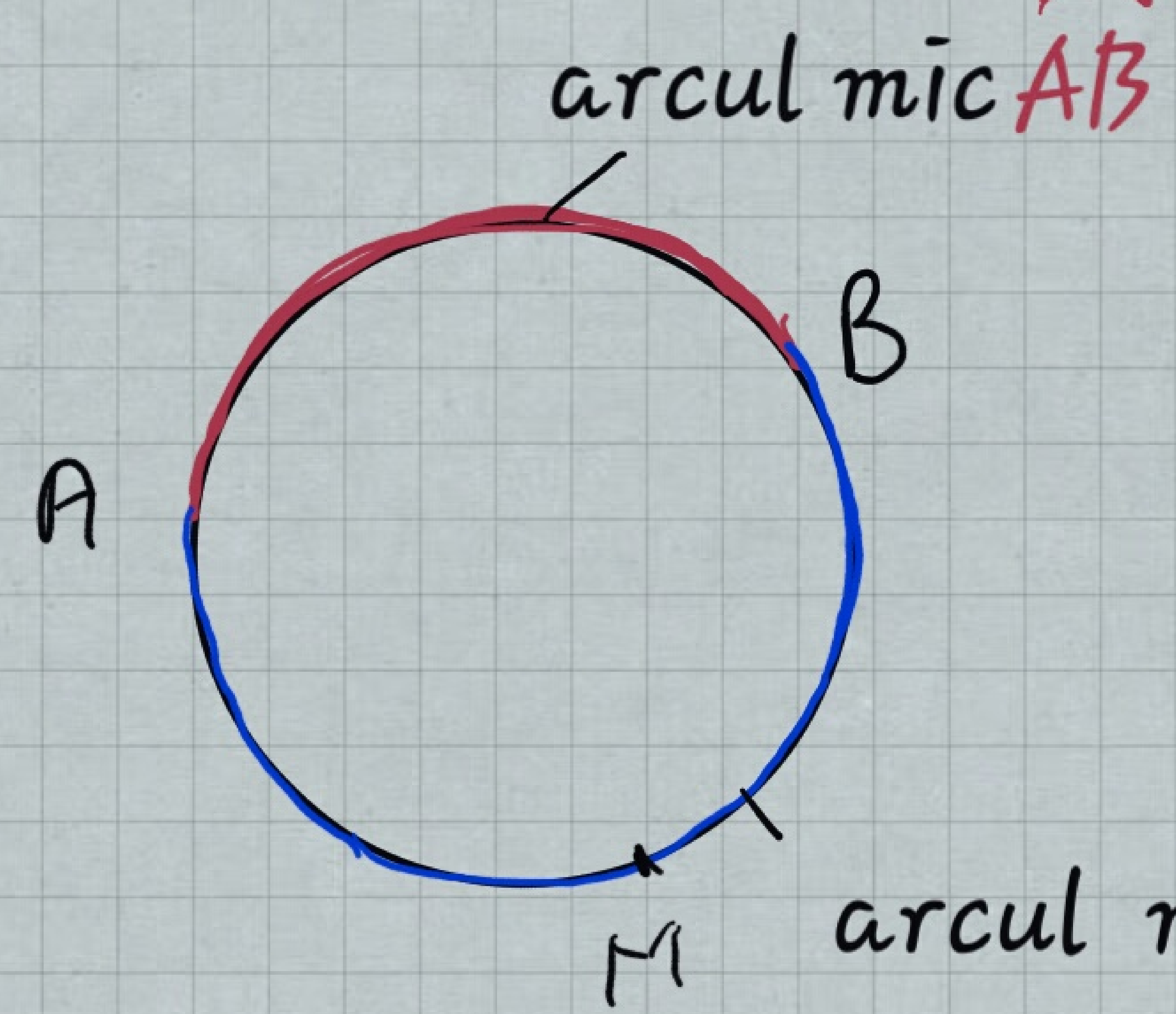
Segmentul care unește 2 puncte de pe cerc.

$AA' = 2R$
$BB' = 2R$

[AA'] și [BB'] sunt diametre

DIAMETRU

Coarda care trece prin centrul cercului.
Este cea mai lungă coardă.
Este egală cu dublul razei.
Împarte cercul în 2 semicercuri.



ARC DE CERC

↓

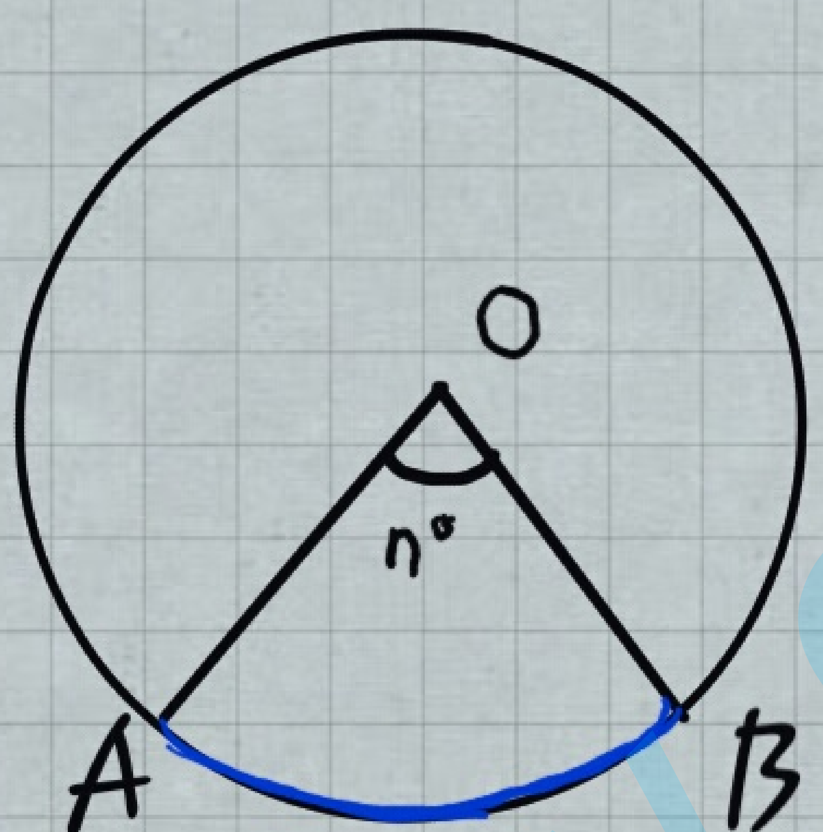
Porțiunea din cerc cuprinsă între 2 puncte de pe cerc.

arcul mare $\overset{\frown}{AB}$
sau arcul $\overset{\frown}{AMB}$

UNGHIURI

UNGHIUL CU VÂRFUL LA CENTRU

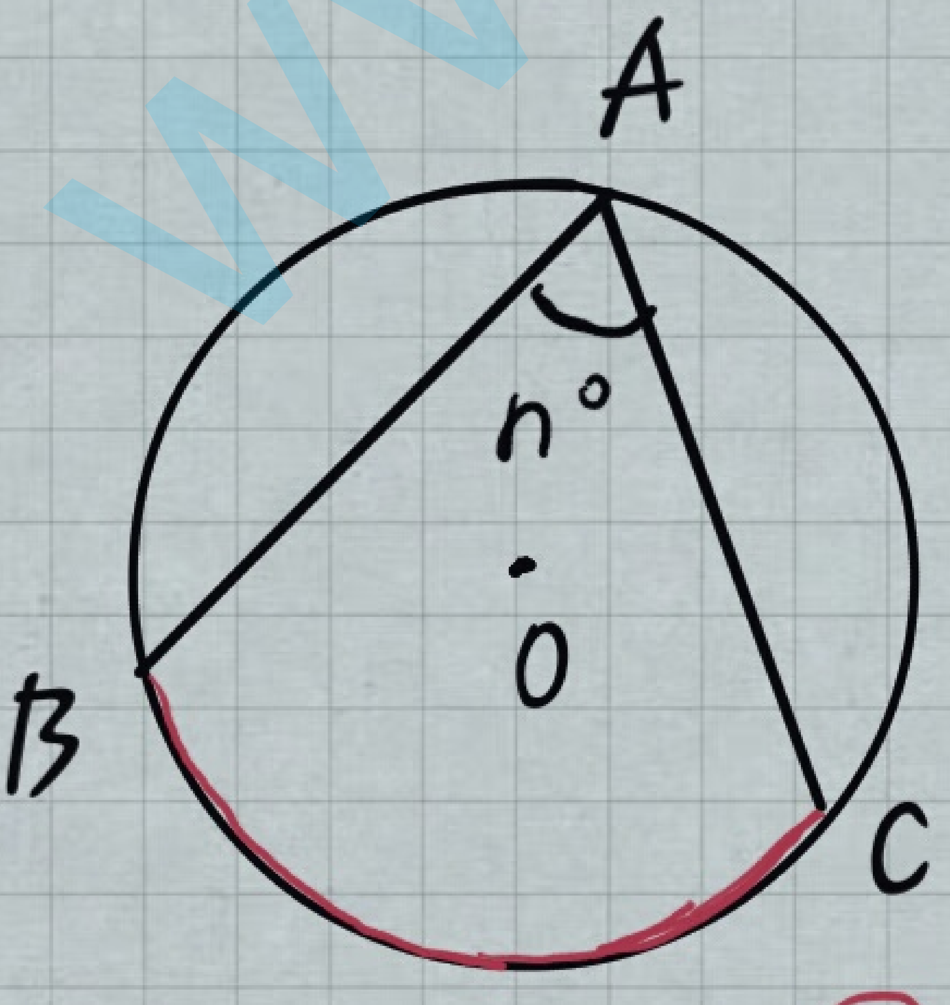
↓



$n° = m(\overset{\frown}{AB})$

Are vârful în centrul cercului.
Are ca laturi 2 raze.
Are măsura egală cu măsura arcului cuprins între laturile sale.

UNGHIUL ÎNSCRIS ÎN CERC

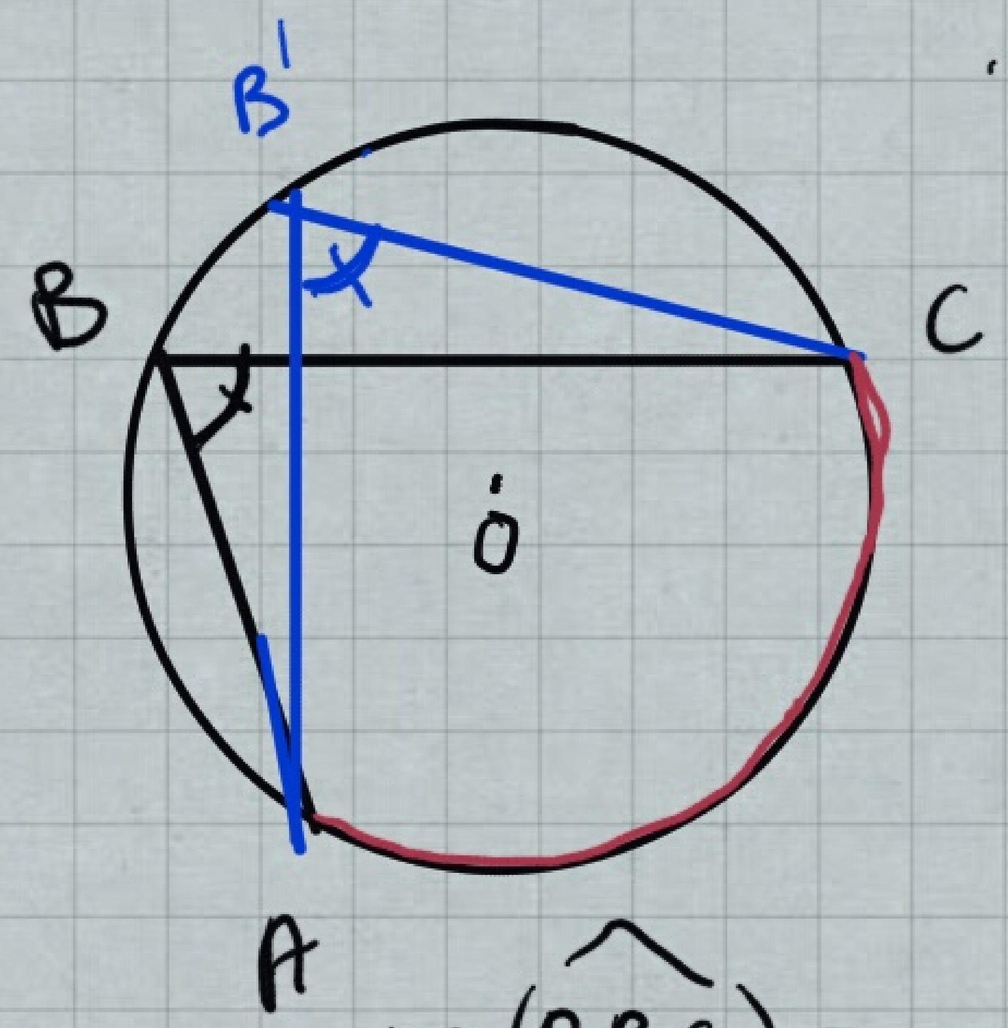


$n° = m\frac{\overset{\frown}{BC}}{2}$

Are vârful pe cerc.
Are ca laturi 2 coarde.
Are măsura egală cu jumătate din măsura arcului cuprins între laturile sale.

Observații

1. Două unghiuri înscrise în cerc care cuprind între laturile lor același arc, vor avea aceeași măsură.

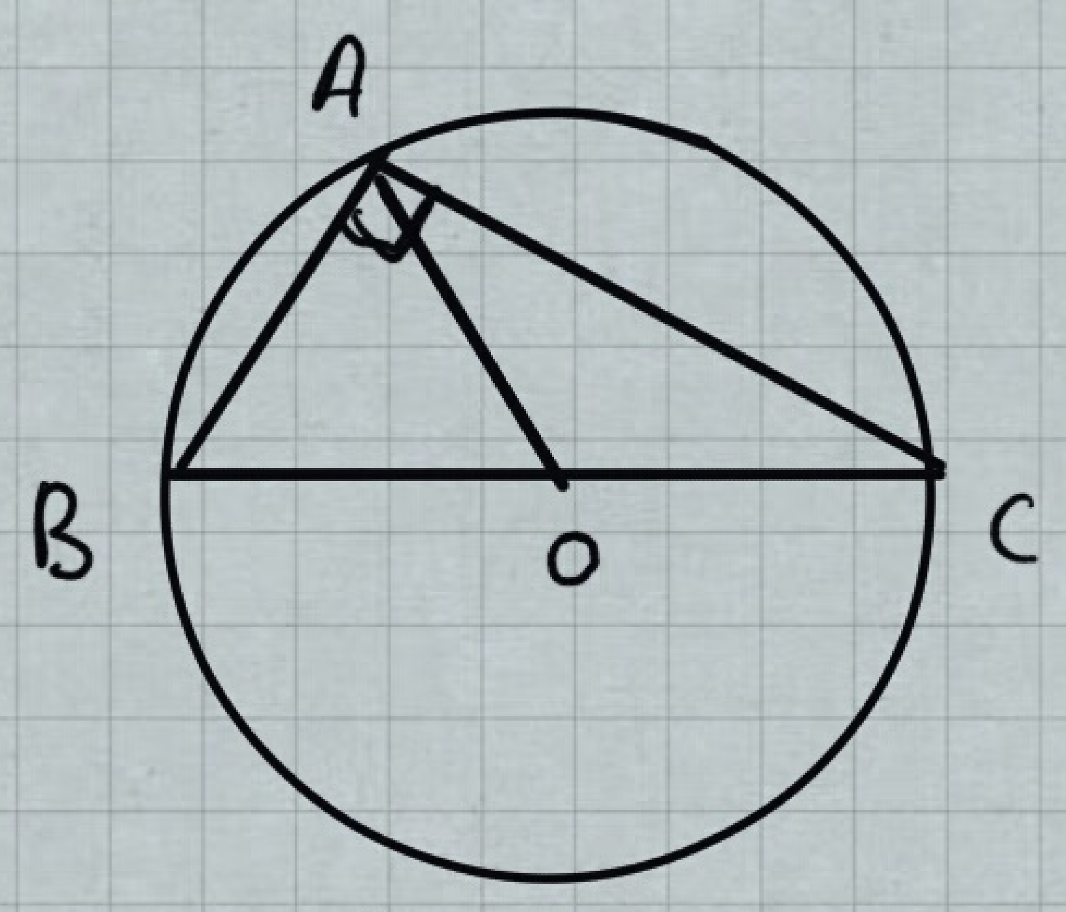


$$m(\widehat{ABC}) = \frac{m\overset{\frown}{AC}}{2}$$

$$m(\widehat{AB'C}) = \frac{m\overset{\frown}{AC}}{2}$$

$$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{AB'C})$$

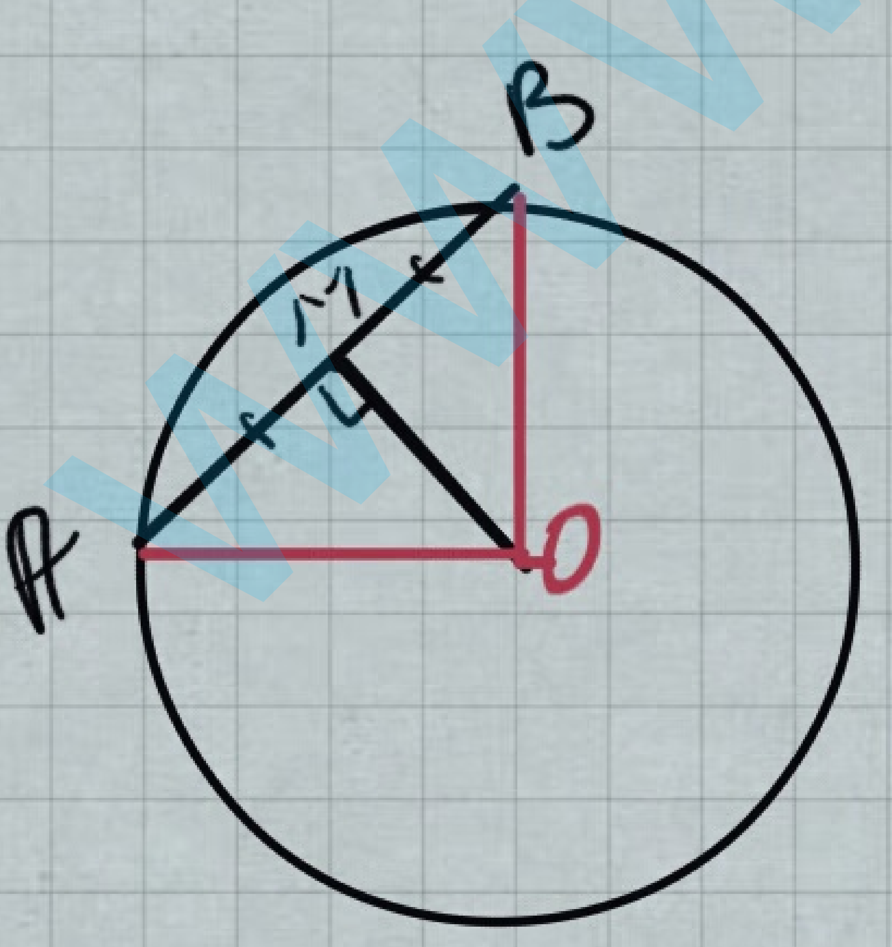
2. Un triunghi care are ca latură diametrul unui cerc, va fi triunghi dreptunghic. Ipotenuza triunghiului va fi diametrul cercului.



$$m(\widehat{BAC}) = \frac{m(\overset{\frown}{BC})}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

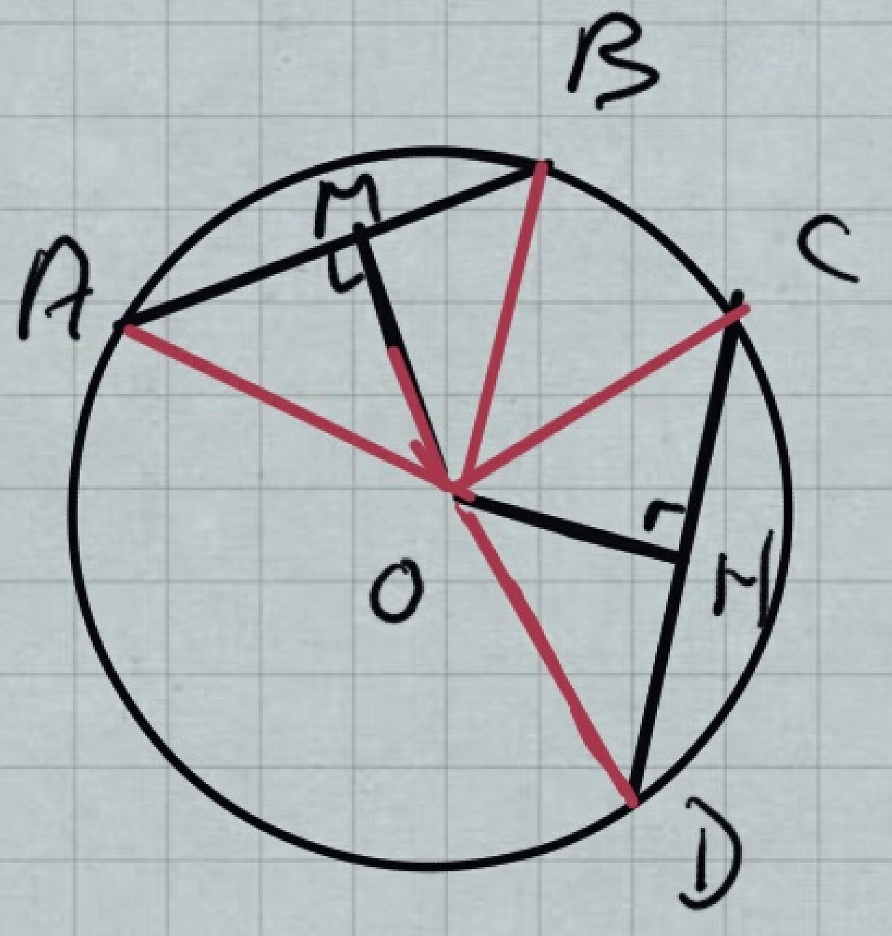
PROPRIETĂȚI ALE COARDELOR ŞI ARCELOR

1 Perpendiculara dusă din centrul cercului pe orice coardă, trece prin mijlocul ei.



$OM \perp AB \Rightarrow$

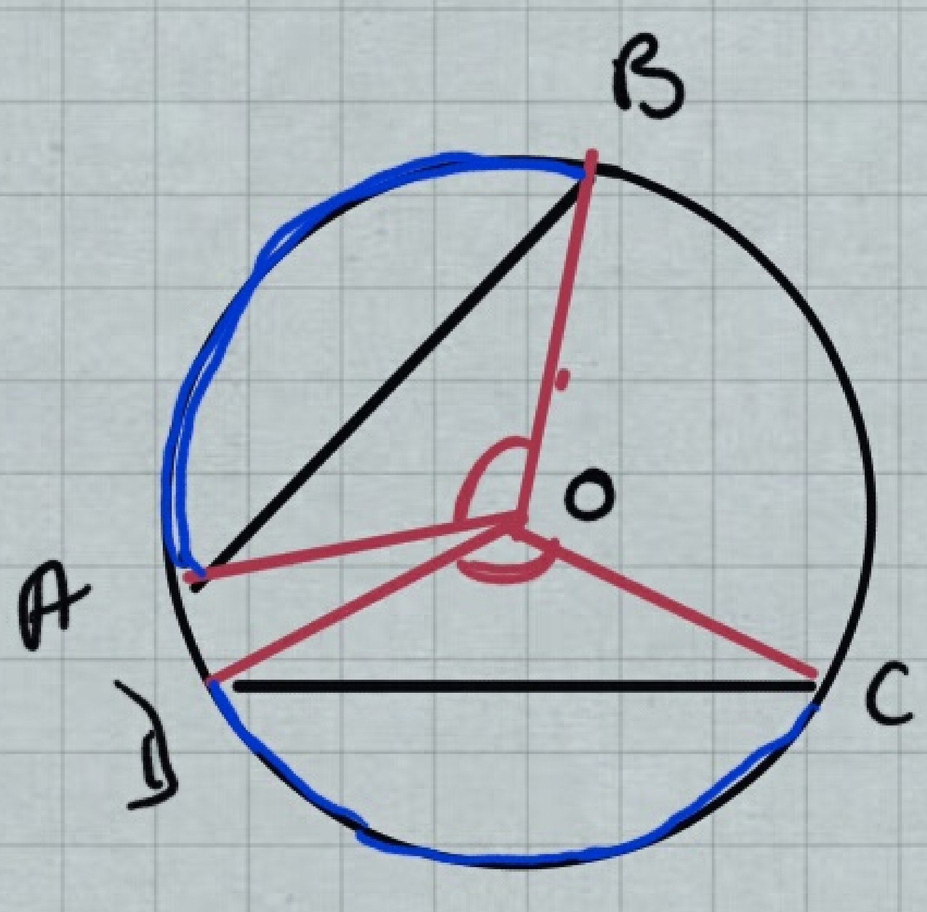
$BM = MB$



2. Centrul cercului este egal depărtat de 2 coarde egale.

$AB = CD \Rightarrow$

$OM = ON$

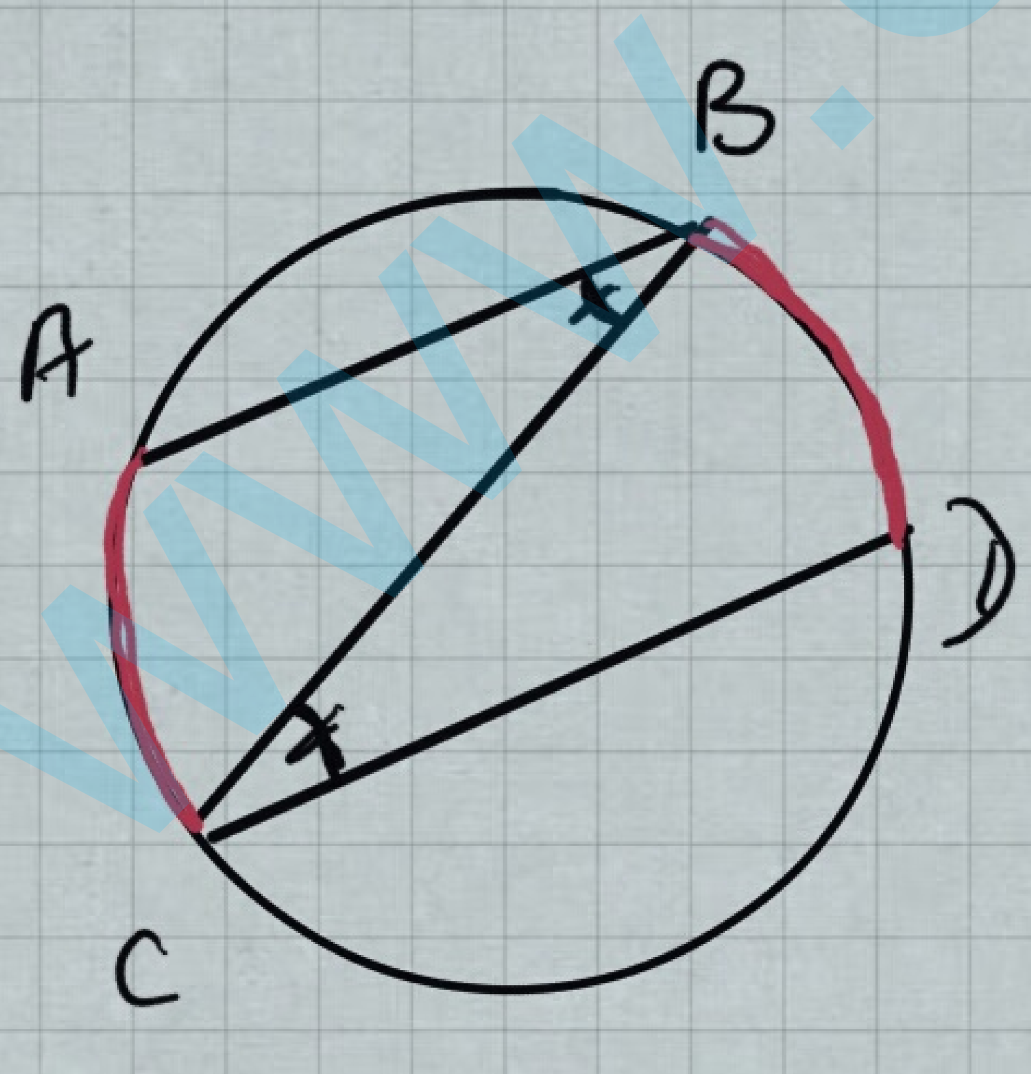


3. La coarde congruente, corespund arce de cerc congruente.

$AB = CD \Rightarrow$

$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{DOC})$

$\Rightarrow m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{CD})$

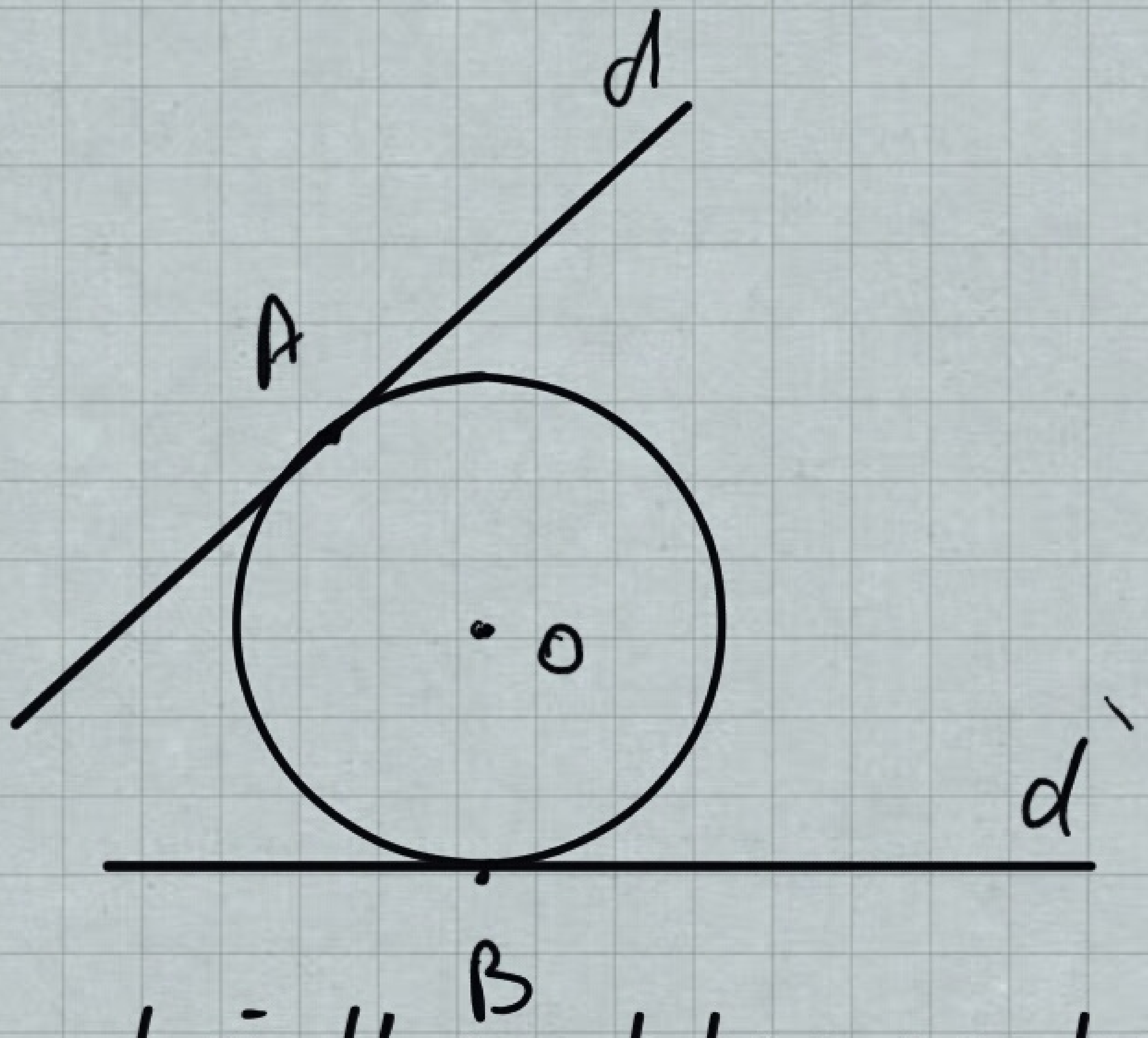


4. Două coarde paralele determină 2 arce egale.

$AB \parallel CD \Rightarrow$

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BCD})$

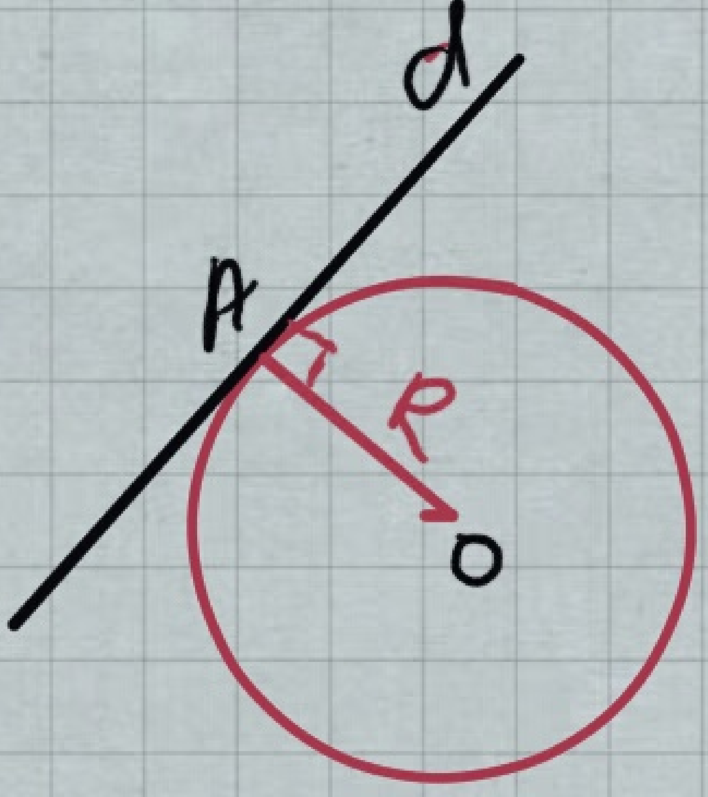
$\Rightarrow m(\overset{\frown}{AC}) = m\ \overset{\frown}{BD}$



TANGENTA LA CERC

Dreapta care are un singur punct comun cu cercul.

d și d' sunt tangente la cerc.
A și B sunt puncte de tangență.

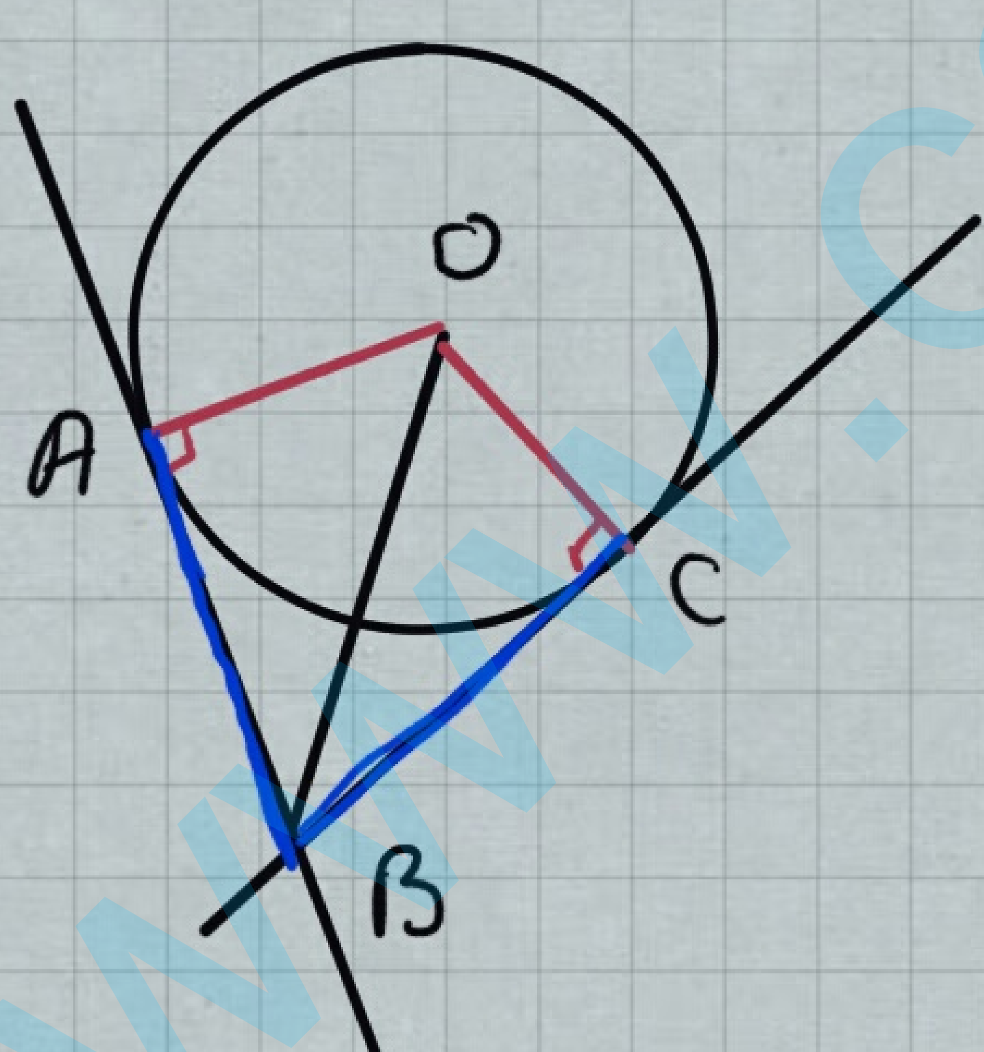


PROPRIETĂȚIILE TANGENTEI

1. Raza este perpendiculara pe tangentă în punctul de tangență.

$OA \perp d$

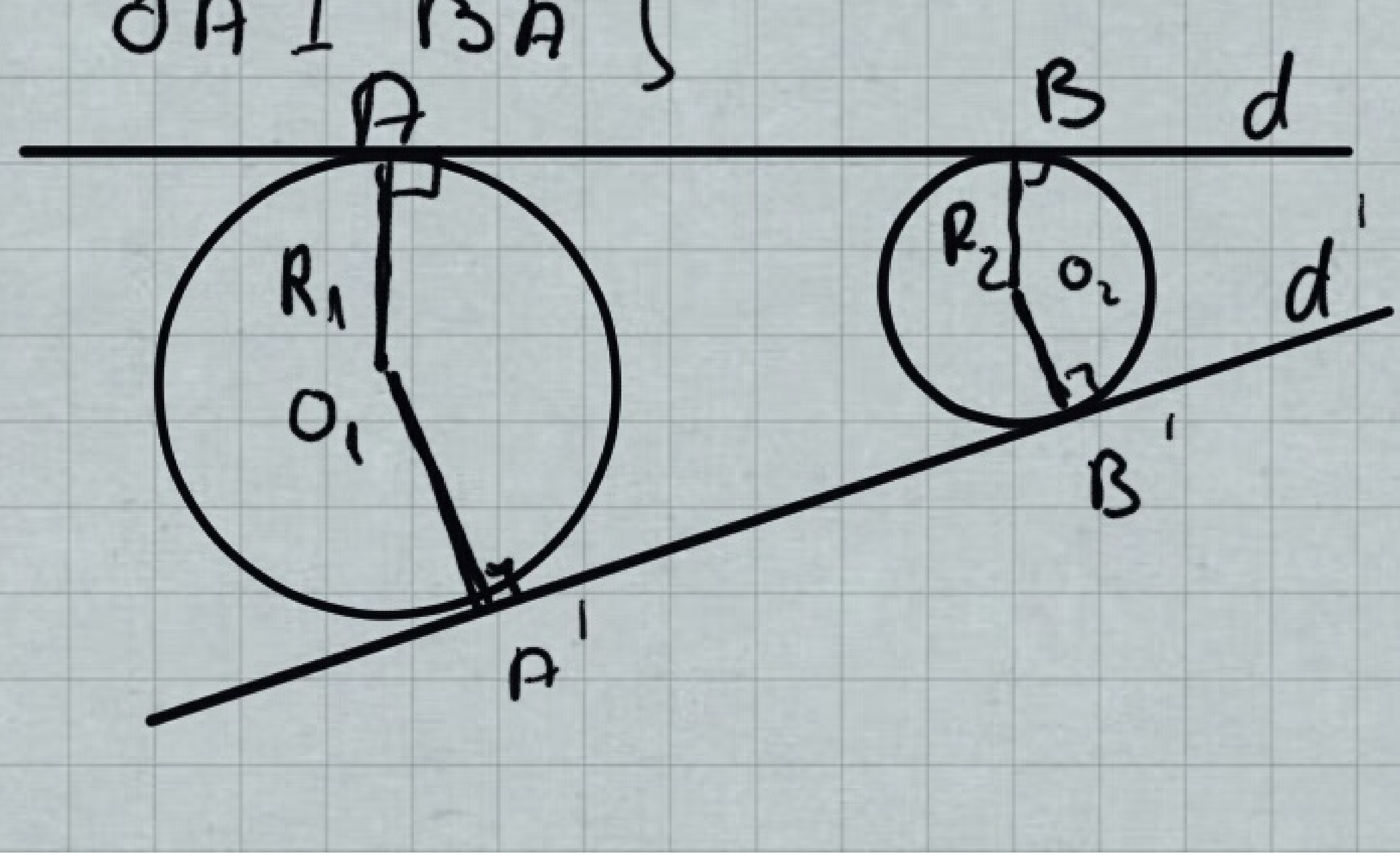
2. Distanțele de la un punct exterior unui cerc la două puncte de tangență ale aceluiași cerc, sunt egale.

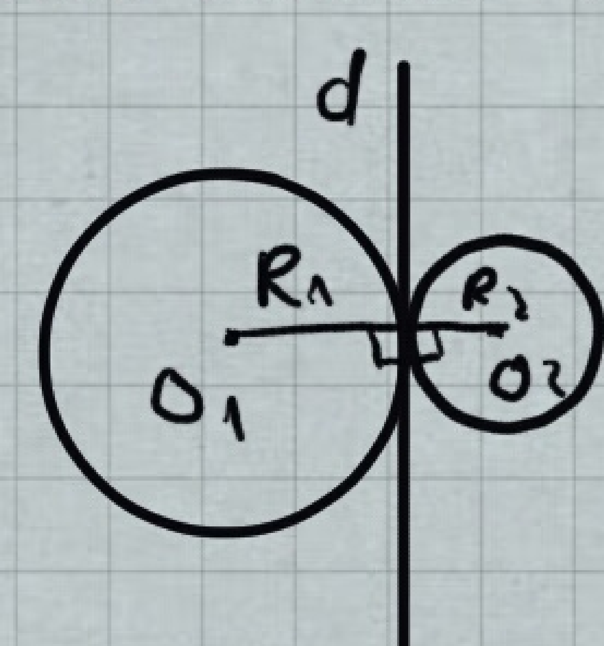


$$\left.\begin{array}{l} OC \perp BC \\ OA \perp BA \end{array}\right\} \Rightarrow AB = BC$$

Observație.

O dreaptă poate fi tangentă la mai multe cercuri

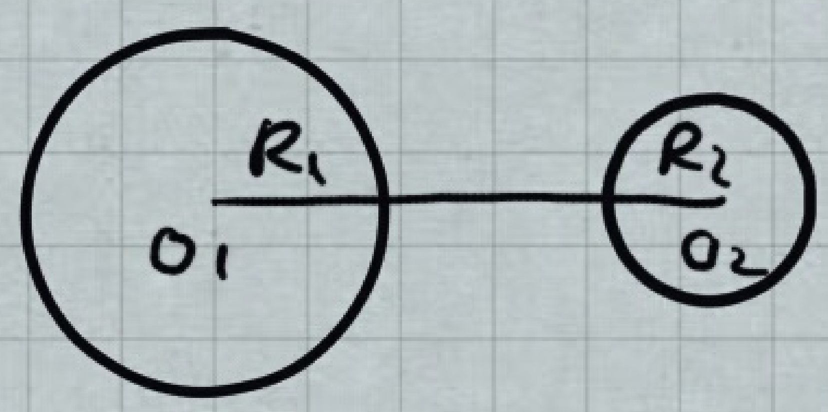




POZIȚIILE RELATIVE A 2 CERCURI

1. CERCURI EXTERIOARE

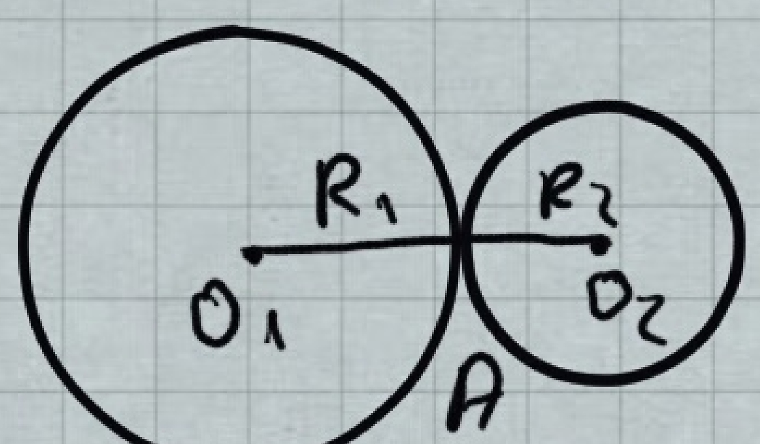
Nu au puncte comune.
Distanța dintre centre este mai mare decât suma razelor.



$O_1O_2 > R_1 + R_2$

CERCURI TANGENTE EXTERIOR.

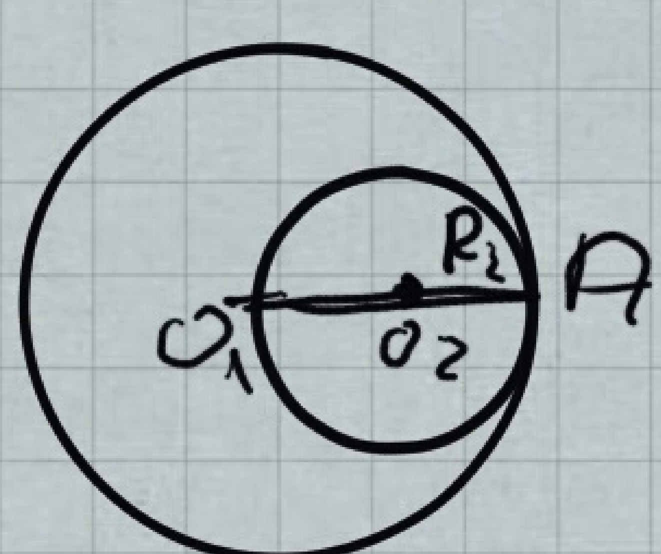
Au un singur punct comun.
Distanța dintre centre este egală cu suma razelor.



$O_1O_2 = R_1 + R_2$

CERCURI TANGENTE INTERIOR

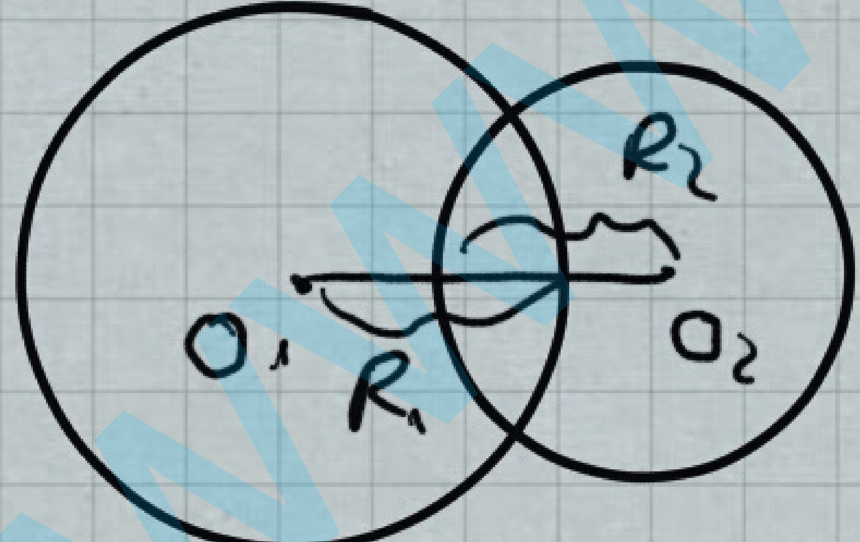
Au un singur punct comun
Distanța dintre centre este egală cu diferența razelor.



$O_1O_2 = R_1 - R_2$

CERCURI SECANTE

Au 2 puncte comune.
Distanța dintre centre este mai mică decat suma razelor.



$O_1O_2 < R_1 + R_2$

CERCURI CONCENTRICE

Au același centru.

$O_1O_2 = 0$

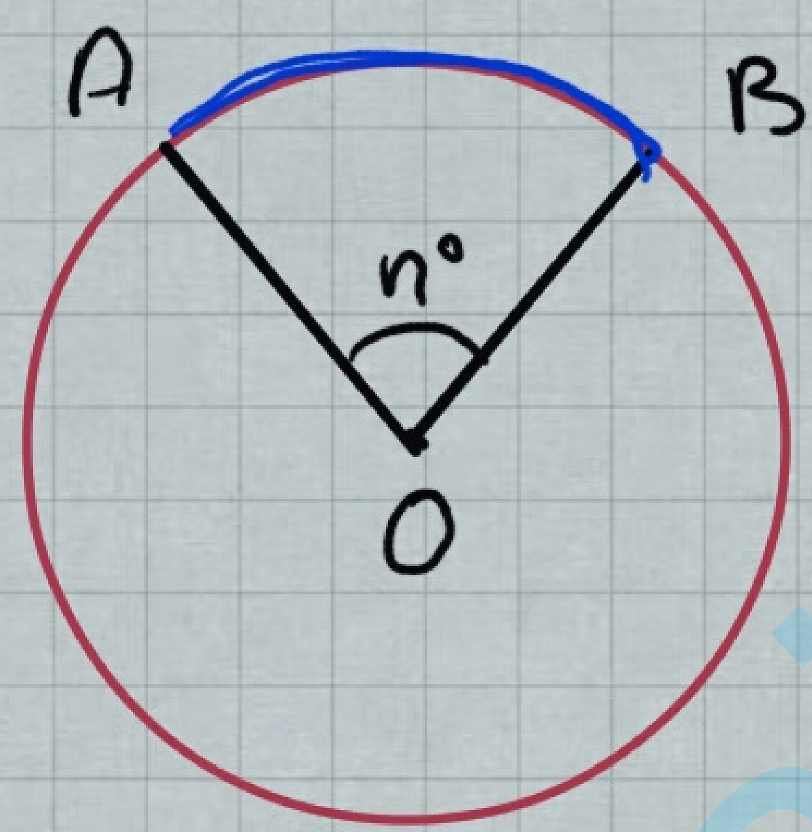
FORMULE

Lungimea cercului: $L = 2\pi R$

Aria discului (suprafața din interiorul cercului)

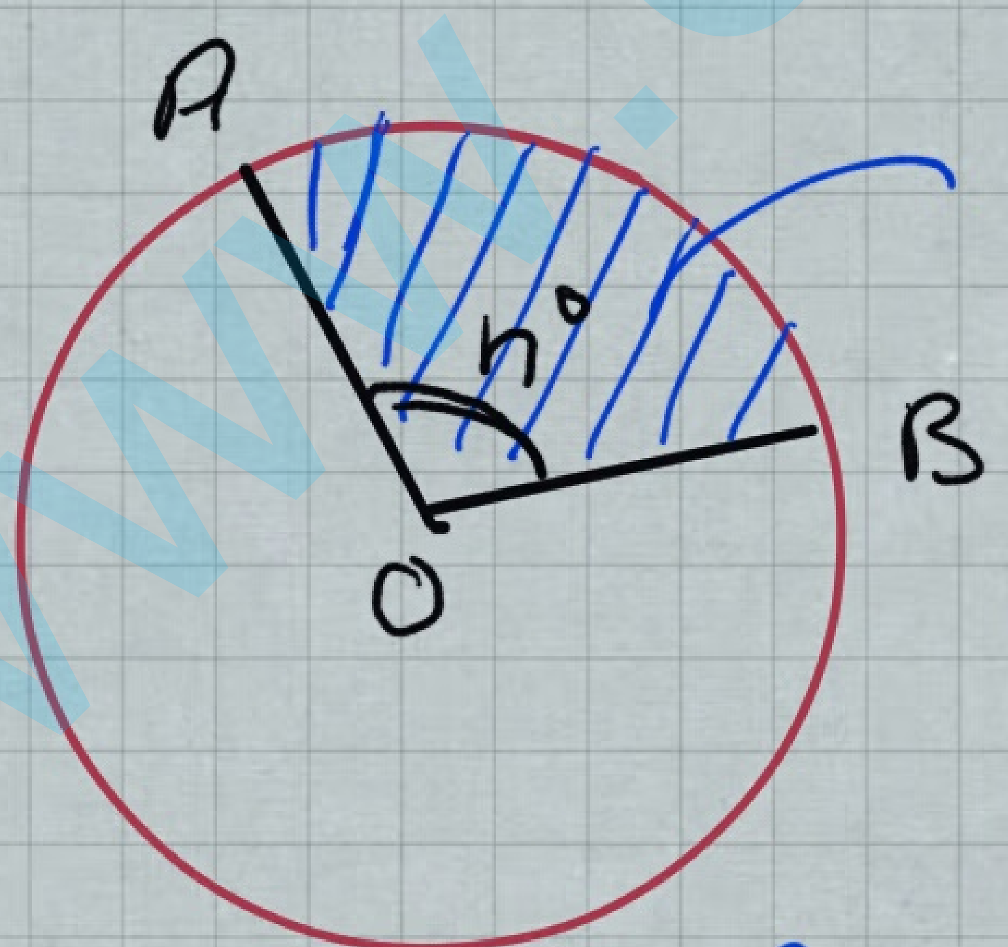
$$A = \pi R^2$$

Lungimea sectorului de cerc



$$L_{sector} = \frac{2\pi R \cdot n^\circ}{360^\circ}$$

Aria sectorului de disc.



Sector de disc

$$A_{sector} = \frac{\pi R^2 \cdot n^\circ}{360^\circ}$$

Definiții

. Cercul circumscris unui poligon trece prin vârfurile acestuia.

Cercul înscris într-un poligon are laturile acestuia tangente la el.