

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)  
Matematică *M\_mate-info*

Testul 2

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul  $n = (1 + 6i)^2 + (3 - 2i)^2$  este întreg negativ, unde  $i^2 = -1$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + ax$ , unde  $a$  este număr real astfel încât  $f(1) = f(5)$ . Arătați că  $f(2) = f(4)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(2x^2 - 2) = 2 \log_3(x + 1)$ .
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă cifra unităților egală cu suma dintre cifra sutelor și cifra zecilor.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(3,4)$ ,  $B(-4,3)$  și  $C$ , astfel încât  $AOBC$  este paralelogram. Arătați că triunghiul  $ACB$  este dreptunghic isoscel.
- 5p 6. Determinați  $x \in (0, \pi)$  pentru care  $2 \sin x \sin(\pi - x) = 1$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} a & a+1 & a+2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(2)) = 1$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $A(a)A(1) = A(1)A(a)$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $a$  pentru care matricea  $A(a)$  are rangul doi.
2. Pe mulțimea  $\mathbb{Z}_6$  se definește legea de compoziție  $x \circ y = xy + x + y$ .
- 5p a) Arătați că  $\hat{3} \circ \hat{3} = \hat{3}$ .
- 5p b) Arătați că  $\hat{0}$  este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.
- 5p c) Demonstrați că funcția  $f: \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbb{Z}_6$ ,  $f(x) = \hat{4} \circ x$  este bijectivă.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (-1,1) \cup (1,+\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{-4(3x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^3}$ ,  $x \in (-1,1) \cup (1,+\infty)$ .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul în care graficul funcției  $f$  intersectează axa  $Oy$ .
- 5p c) Calculați  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (f(2) + f(4) + f(6) + \dots + f(2n))^n$ .

2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x-2}{x^2+4}$ .

5p a) Arătați că  $\int_0^2 (x^2+4)f(x)dx = 0$ .

5p b) Calculați  $\int_0^{2\sqrt{3}} f(x)dx$ .

5p c) Demonstrați că  $\int_1^x f(t)dt \geq 0$ , pentru orice număr real  $x$ .