

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Testul 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră un număr complex z care are proprietatea $z^2 = 1 - i$. Arătați că $z^4 + 2i = 0$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + m$, unde m este număr real. Determinați valorile reale ale lui m pentru care $f(x) > 1$, pentru orice număr real x .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(x+2) + \log_5(2x-1) = 2$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă suma cifrelor divizibilă cu 9.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$, $B(3,2)$ și $C(4,5)$. Determinați coordonatele punctului D , știind că $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.
- 5p** 6. Determinați $x \in (0,1)$ pentru care $4\cos x \cos(\pi - x) + 3 = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 6$.
- 5p** b) Arătați că $A \cdot B + B = B \cdot A$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x și y , știind că $(x+1)A \cdot B + (y-2)B \cdot A = B \cdot B \cdot B$.
2. Pe mulțimea numerelor naturale nenule se definește legea de compoziție $x * y = x^y$.
- 5p** a) Arătați că $2 * 4 = 4 * 2$.
- 5p** b) Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” **nu** este comutativă.
- 5p** c) Determinați numerele naturale nenule n pentru care $(2 * 2) * n < 64$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \ln(x^2 + x + 1)$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{2x^2 + 4x + 3}{x^2 + x + 1}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x+1) - f(x))$.
- 5p** c) Demonstrați că funcția f este bijectivă.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = 0$.
- 5p** b) Calculați $\int_0^1 e^x |f(x)| dx$.
- 5p** c) Pentru fiecare număr natural nenul n , se consideră numărul $I_n = \int_0^1 f^n(x) dx$. Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.