

**Examenul național de bacalaureat 2021**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M\_mate-info$**

Testul 7

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați numărul elementelor mulțimii  $M = \{n \in \mathbb{N} \mid 2n+1 < 10\}$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 10x + m$ , unde  $m$  este număr real. Determinați numărul real  $m$  pentru care vârful parabolei asociate funcției  $f$  este situat pe axa  $Ox$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $x + \sqrt{x-5} = 7$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să **nu** fie multiplu de 5.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(3,4)$  și  $B(-1,3)$ . Determinați coordonatele punctului  $C$  astfel încât  $\overline{AB} + 2\overline{BC} = \vec{0}$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu unghiul  $A$  ascuțit,  $AB = 4$ ,  $AC = 5$  și aria egală cu 6. Calculați cosinusul unghiului  $A$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a+1 & a \\ 1 & 1 & a+1 \\ 2 & a & 1 \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} x + (a+1)y + az = 6a + 3 \\ x + y + (a+1)z = 4a + 7 \\ 2x + ay + z = 2a + 6 \end{cases}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(a)) = 2(a^2 + 1)$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $A(a) \cdot A(0) = A(0) \cdot A(a)$ .
- 5p** c) Demonstrați că, dacă  $(x_0, y_0, z_0)$  este soluția sistemului de ecuații, atunci  $x_0$ ,  $y_0$  și  $z_0$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
2. Pe mulțimea  $M = [0, +\infty)$  se definește legea de compoziție  $x * y = \frac{2(x+y)}{xy+2}$ .
- 5p** a) Arătați că  $x * 0 = x$ , pentru orice  $x \in M$ .
- 5p** b) Arătați că  $x * y < 2$ , pentru orice  $x, y \in [1, +\infty)$ .
- 5p** c) Determinați perechile  $(m, n)$  de numere naturale nenule pentru care  $m * n$  este număr natural.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x(x^2 - 4x + 5)$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = e^x(x-1)^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(-x)$ .
- 5p** c) Demonstrați că graficul funcției  $f$  intersectează orice dreaptă paralelă cu axa  $Ox$  în cel mult un punct.
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x^3 + 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^1 f(x) dx = 2$ .

**5p** | **b)** Calculați  $\int_0^1 x^2 (f(x))^3 dx$ .

**5p** | **c)** Demonstrați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_1^x \ln(f(t)) dt = +\infty$ .