FRACȚII ALGEBRICE I

Ce este o fracție algebrică?

Fracția care are la numărător și numitor expresii algebrice cu una sau mai multe nedeterminate.
Un raport de numere reale exprimate cu ajutorul literelor.

Exemple

H(x)=$\frac{2x^2-3x+1}{x-2}$

F(x)=$\frac{x-5}{2x+1}$

E(x,y)=$\frac{4x-5y}{3x+2y}$

O fracție algebrică este bine definită(are sens) dacă numitorul este diferit de 0.

Fracțiile algebrice au aceleași condiții de existență ca și fracțiile numerice.

La orice fracție algebrică trebuie găsit domeniul de definiție.

Dacă trebuie să găsim domeniul de definiție al unei fracții algebrice, se descompune numitorul și se pune condiția să fie diferit de 0.

Exemplu

E(x)=$\frac{3x+2}{x^2-4}$ $\quad x^2-4=(x-2)(x+2)$

$(x-2)(x+2)\neq 0 \Rightarrow x\neq 2, x\neq -2$

$\Rightarrow$

domeniul de definiție este $R\setminus\{-2,2\}$

Amplificarea fracțiilor

Se înmulțesc și numărătorul și numitorul cu amplificatorul.

Atenție! Dacă unul din termenii de mai sus este compus,atunci se pune în paranteză.

Exemple

X-5) $\frac{3x+1}{2x-7}=\frac{(3x+1)(x-5)}{(2x-7)(x-5)}$

$=\frac{3x^2-15x+x-5}{(2x-7)(x-5)}=\frac{3x^2-14x-5}{(2x-7)(x-5)}$

4x+1) $\frac{x}{3x+4}=\frac{x(4x+1)}{(3x+4)(4x+1)}$

$=\frac{4x^2+x}{(3x+4)(4x+1)}$

FRACȚII ALGEBRICE 2

Simplificarea fracțiilor algebrice

Fracțiile numerice se simplifică prin cel mai mare divizor comun al numărătorului și numitorului.
Pentru fracțiile algebrice se aplică aceeași regulă.Din acest motiv, **înainte de simplificare trebuie să descompunem și numărătorul și numitorul.**
Tot înainte de simplificare, se determină și domeniul de definiție al fracției.
Exemplu

$$1)\ \frac{x^2-4x+4}{x^2-4}=\frac{(x-2)^2}{(x-2)(x+2)}$$

$$(x-2)(x+2)\neq 0 \Rightarrow \mathrm{x}\in \mathrm{R}\{-2,2\}$$

$$\frac{(x-2)^{\cancel{2}}}{\cancel{(x-2)}(x+2)}=\frac{x-2}{x+2}$$

$$2)\ \frac{x^2-4x+3}{x^2+x-2}=\frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)(x+2)}$$

$$(x-1)(x+2)\neq 0 \Rightarrow x\in R\{-2,1\}$$

$$\frac{\cancel{(x-1)}(x-3)}{\cancel{(x-1)}(x+2)}=\frac{x-3}{x+2}$$

Adunarea și scăderea fracțiilor algebrice

I Fracțiile au același numitor.
Ca la fracțiile numerice, se adună sau scad numărătorii și se păstrează numitorul.
Atenție!Dacă numărătorii sunt termeni compuși aceștia se pun în paranteză!
Se fac calculele la numărător și se verifică dacă fracția obținută se simplifică.
Exemple

$$\frac{3x+2}{x^2-9}+\frac{2x+5}{x^2-9}=\frac{(3x+2)+(2x+5)}{x^2-9}$$

$$=\frac{3x+2+2x+5}{x^2-9}=\frac{5x+7}{x^2-9}$$

$$=\frac{5x+7}{(x-3)(x+3)}$$

Condiții de existență

$$(x-3)(x+3)\neq 0 \Rightarrow \mathrm{x}\in \mathrm{R}\backslash\{-3,3\}$$

FRACȚII ALGEBRICE 3

$$\frac{4x+3}{x^2-x-2}-\frac{3x+5}{x^2-x-2}$$
$$=\frac{(4x+3)-(3x+5)}{x^2-x-2}=\frac{4x+3-3x-5}{x^2-x-2}$$
$$=\frac{x-2}{x^2-x-2}=\frac{x-2}{(x-2)(x+1)}$$

Condiții de existență

$(x-2)(x+1)\neq 0 \Rightarrow \mathrm{x}\in \mathrm{R}\setminus\{-1{,}2\}$

$$\frac{\cancel{x-2}}{\cancel{(x-2)}(x+1)}=\frac{1}{x+1}$$

2Fracțiile au numitori diferiți

Se descompun numitorii.
Se verifică dacă există fracții care se simplifică.
Se verifică dacă există numitori sau părți din numitori care sunt termeni compuși opuși (au toate semnele schimbate). Se fac schimbările de semne după regulile învățate.
Se aduc fracțiile la același numitor.
Se fac calculele la numărător.
Se verifică dacă fracția obținută se simplifică.

Exemple

1) $\frac{3x-5}{x+2}-\frac{2x+7}{x^2-4}-\frac{4-x}{x-2}=$

$$=\overset{x-2)}{\frac{3x-5}{x+2}}-\overset{1)}{\frac{2x+7}{(x-2)(x+2)}}-\overset{x+2)}{\frac{4-x}{x-2}}=$$

$$=\frac{(3x-5)(x-2)-1\cdot(2x+7)-(4-x)(x+2)}{(x-2)(x+2)}=$$

$$\frac{3x^2-6x-5x+10-2x-2-(4x+8-x^2-2x)}{(x-2)(x+2)}$$

$$=\frac{3x^2-6x-5x+10-2x-2-4x-8+x^2+2x}{(x-2)(x+2)}$$

$$=\frac{4x^2-15x}{(x-2)(x+2)}=\frac{x(4x-15)}{(x-2)(x+2)}$$

Condiții de existență

$(x-2)(x+2)\neq 0 \Rightarrow \mathrm{x}\in \mathrm{R}\setminus\{-2{,}2\}$

FRACȚII ALGEBRICE 4

$$2)\ \frac{2x+1}{x+4}-\frac{x-3}{x^2-16}+\frac{3x-2}{4-x}=$$

X-4) 1) X+4)

$$\frac{2x+1}{x+4}-\frac{x-3}{(x-4)(x+4)}-\frac{3x-2}{x-4}$$

$$=\frac{(x-4)(2x+1)-1\cdot(x-3)-(x+4)(3x-2)}{(x-4)(x+4)}$$

$$\frac{2x^2+x-8x-4-x+3-(3x^2-2x+12x-8)}{(x-4)(x+4)}$$

$$\frac{2x^2+x-8x-4-x+3-3x^2+2x-12x+8}{(x-4)(x+4)}$$

$$=\frac{-x^2-18x+7}{(x-4)(x+4)}$$

Condiții de existență

$(x-4)(x+4)\neq 0 \Rightarrow \mathrm{x}\in \mathrm{R}\backslash\{-4{,}4\}$

Înmulțirea fracțiilor algebrice

Se descompun și numărătorii și numitorii fracțiilor care se înmulțesc. Se simplifică pe diagonală sau verticală acolo unde este posibil. Numărătorii rămași se înmulțesc între ei, numitorii rămași se înmulțesc între ei.

Exemplu

$$\frac{x^2-6x+9}{x^3-x^2-9x+9}\cdot\frac{x^2-1}{x^2-2x-3}$$

$$=\frac{(x-3)^2}{x^2(x-1)-9(x-1)}\cdot\frac{(x-l)(x+1)}{(x+1)(x-3)}$$

$$=\frac{(x-3)^2}{(x^2-9)(x-1)}\cdot\frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x-3)}$$

$$=\frac{(\cancel{x-3})^2}{(\cancel{x-3})(x+3)(\cancel{x-1})}\cdot\frac{(\cancel{x-1})(\cancel{x+1})}{(\cancel{x+1})(\cancel{x-3})}$$

$$=\frac{1}{x+3}$$

Condiții de existență

x-3≠0⇒x≠3,x+3≠0⇒x≠-3,x-1≠0⇒x≠1,x+1≠0⇒x≠-1

x∈R\{-3,-1,1,3}

Împărțirea fracțiilor algebrice

Se înmulțește prima fracție cu inversa celei de-a doua. Se aplică apoi regulile de operare de la înmulțire.